

Conjuntos difusos: propiedades y modificadores

Blanca A. Vargas Govea

vargasgovea@itesm.mx

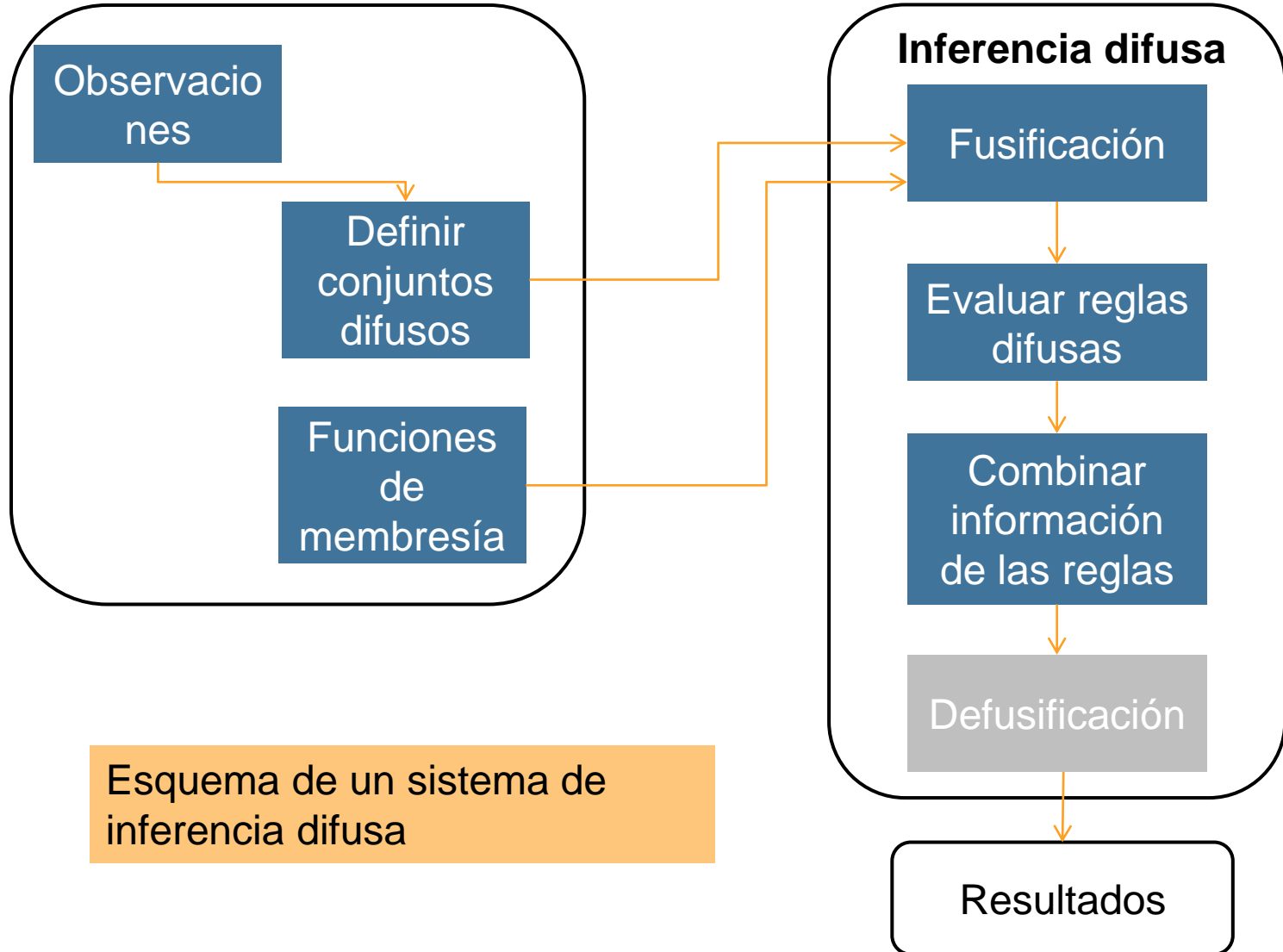
Noviembre 6, 2012

Inteligencia Computacional

LÓGICA DIFUSA

Sistemas de inferencia difusa

2



Esquema de un sistema de inferencia difusa

Propiedades

3

Asociativa

Distributiva

Conmutativa

Transitiva

Idempotencia

Identidad

Involución

Leyes de De
Morgan

Propiedades

4

Asociativa

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

Distributiva

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Conmutativa

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

Transitiva

*Si $(A \subset B)$ y $(B \subset C)$
entonces $(A \subset C)$*

Idempotencia

$$A \cup A = A$$

$$A \cap A = A$$

Identidad

$$A \cup \emptyset = A$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

Involución : representa la negación de una negación

$$\neg(\neg A) = A$$

Leyes de De Morgan

$$\neg(A \cap B) = \neg A \cup \neg B$$

$$\neg(A \cup B) = \neg A \cap \neg B$$

Modificadores

5

Adjetivos o adverbios que cambian los valores de verdad.

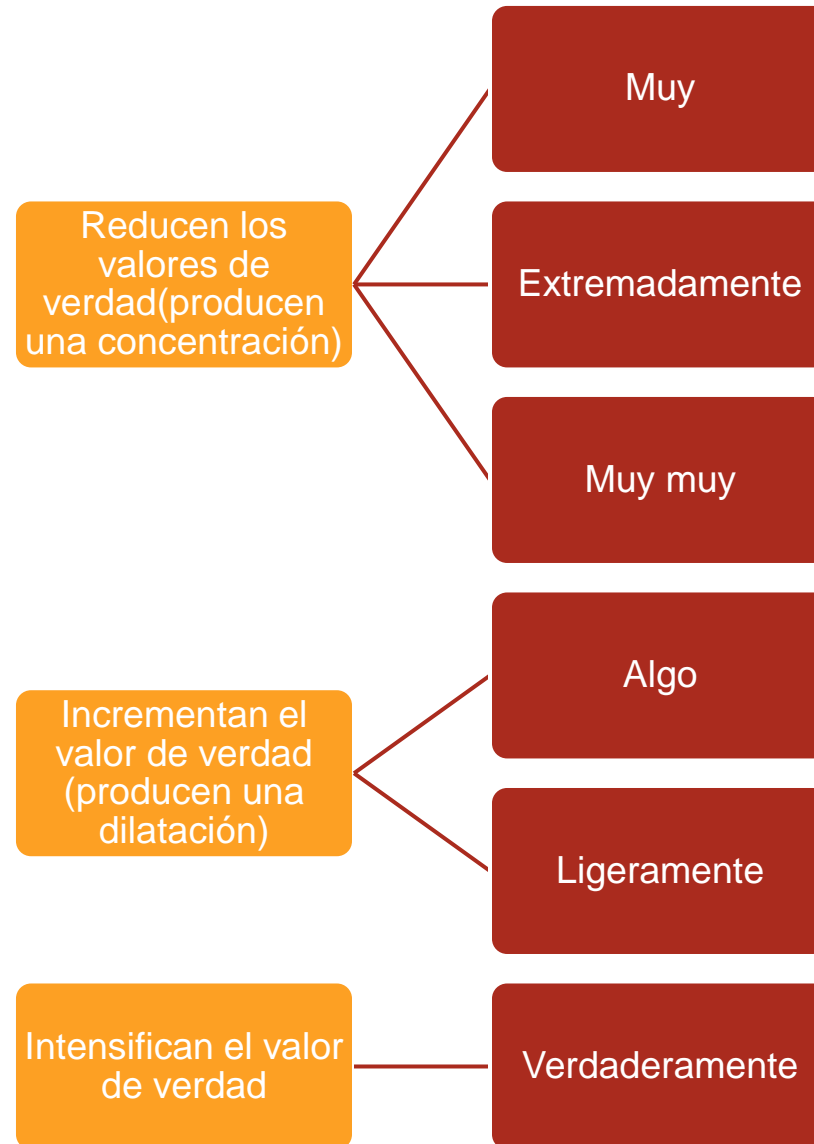
Incluyen términos como muy, mas o menos, algo, casi, etc.

Modifican la forma de un conjunto difuso.

Pueden operar en funciones de membresía y en reglas difusas.

Las variables lingüísticas y los modificadores permiten traducir el lenguaje natural en aseveraciones lógicas.

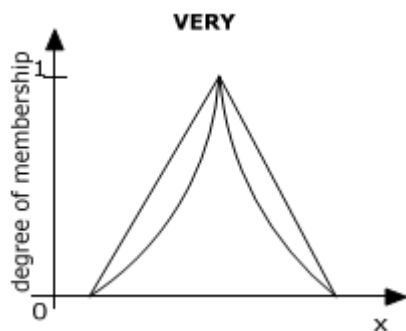
Modificadores



Modificadores - Concentración

7

- “Muy” (“very”) reduce el grado de membresía del elemento difuso al cual se aplica.
- El valor original se eleva al cuadrado.
- $\mu_{A_muy}(x) = \mu_A(x)^2$

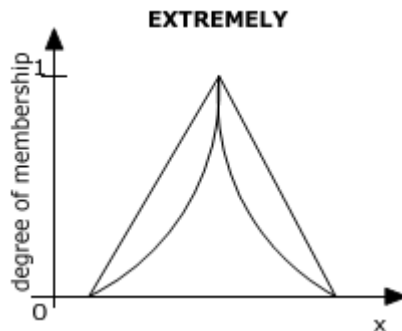


anciana	muy-anciana
0.6	0.36

Modificadores - Concentración

8

- “Extremadamente” (“extremely”) reduce el grado de membresía del elemento difuso al cual se aplica.
- El valor original se eleva al cubo.
- $\mu_{A_extremadamente}(x) = \mu_A(x)^3$

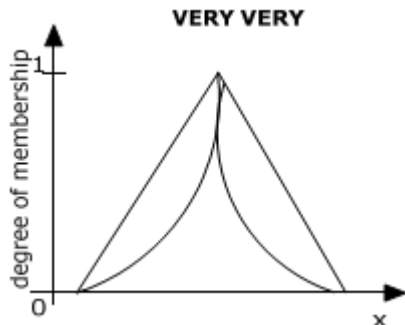


anciana	extremadamente-anciana
0.6	0.21

Modificadores - Concentración

9

- “muy muy” (“very very”) reduce el grado de membresía del elemento difuso al cual se aplica.
- Eleva “muy” al cuadrado.
- $\mu_{A_muy muy}(x) = \mu_{A_muy}(x)^2 = \mu_A(x)^4$

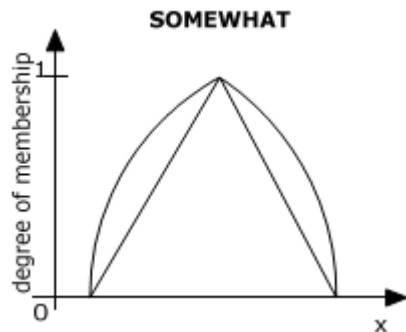


anciana	Muy-muy anciana
0.6	0.12

Modificadores - Dilatación

10

- “algo” (“somewhat”) incrementa el grado de membresía del elemento difuso al cual se aplica.
- $\mu_{A_algo}(x) = \sqrt{\mu_A(x)}$

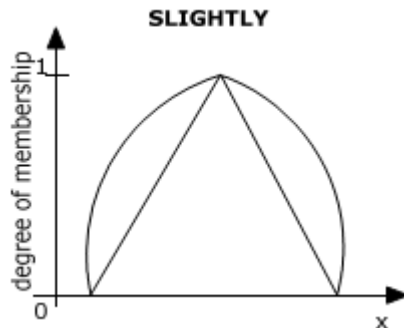


anciana	Algo-anciana
0.6	0.77

Modificadores - Dilatación

11

- “ligeramente” (“slightly”) incrementa el grado de membresía del elemento difuso al cual se aplica.
- $\mu_{A_ligeramente}(x) = \sqrt[3]{\mu_A(x)}$



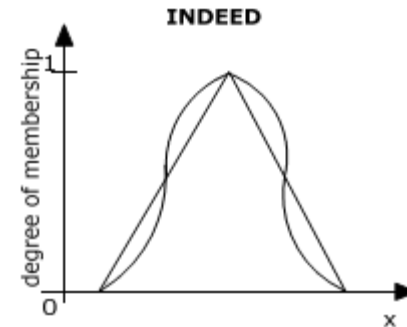
anciana	ligeramente-anciana
0.6	0.84

Modificadores - Intensificadores

12

- “Verdaderamente” (“indeed”) intensifica el significado de la expresión.
- Si el valor actual de membresía es mayor a 0.5, se incrementará.
- Si el valor actual de membresía es menor a 0.5 se decrementará.

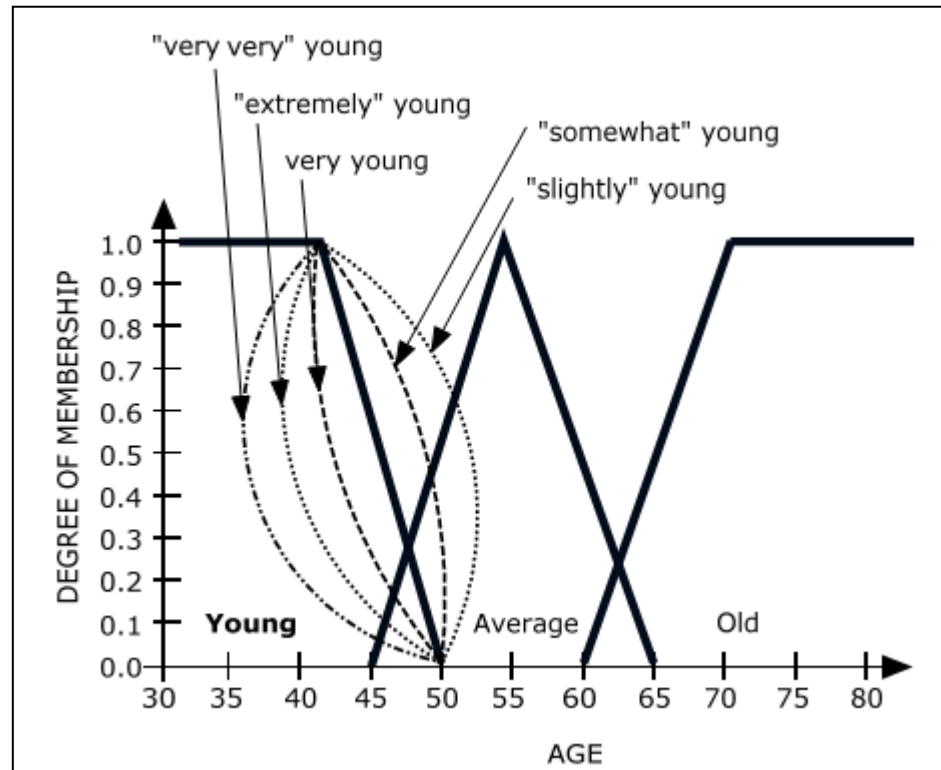
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 2 \cdot (\mu_A(x))^2 & 0 \leq \mu_A(x) \leq 0.5 \\ 1 - 2 \cdot (1 - \mu_A(x))^2 & 0.5 < \mu_A(x) \leq 1 \end{cases}$$



anciana	verdaderamente-anciana
0.6	0.68
0.3	0.18

Modificadores

13



Ejemplo de función de membresía usando modificadores

Reglas difusas

14

- Construcciones lingüísticas con la forma general

IF A
THEN B

- A y B son proposiciones conteniendo variables lingüísticas.
- A es el antecedente y B el consecuente

Reglas difusas

15

Se basan en el conocimiento y experiencia del humano.



Reglas difusas

16

Lógica ordinaria

1. IF temperatura es -5
THEN el clima es frío
2. IF temperatura es 15
THEN el clima es templado
3. IF temperatura es 35
THEN el clima es cálido

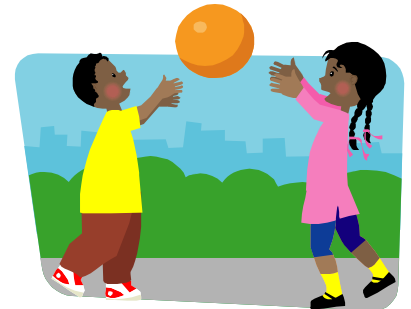
Lógica difusa

1. IF temperatura es baja
THEN el clima es frío
2. IF temperatura es promedio
THEN el clima es templado
3. IF temperatura es alta
THEN el clima es cálido

Reglas difusas

17

- El **antecedente** de una regla constituye la combinación de conjuntos difusos mediante la aplicación de operadores lógicos: complemento, unión, intersección.
- El **consecuente** es generalmente un solo conjunto difuso.
- **IF** Ambiente es **soleado** y Temperatura es **templada** **THEN** Jugar es **si**.



Conocimiento base

18

Conjuntos
difusos

Reglas
difusas

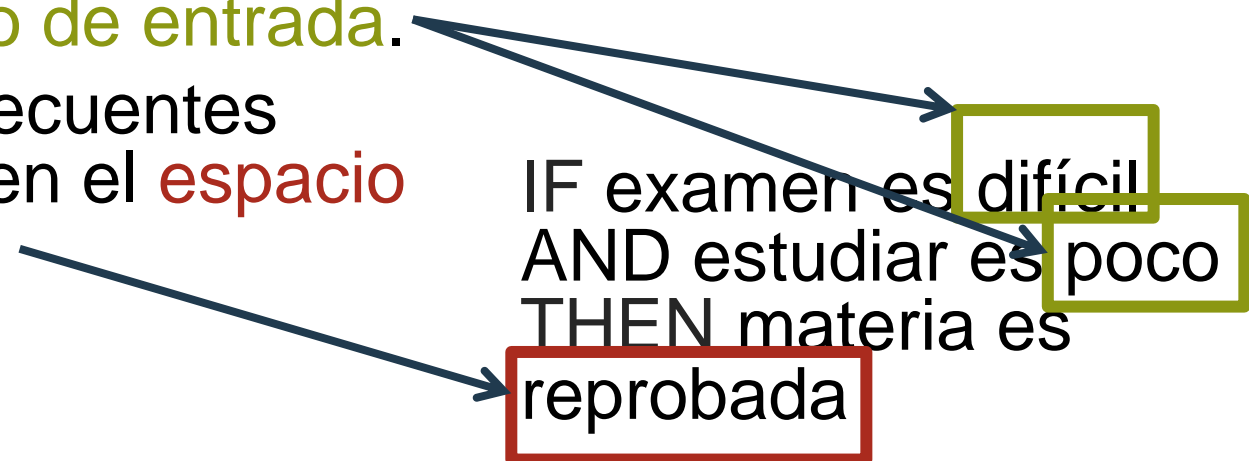
¿Cómo relacionar ambas partes?

Fusificación + reglas

19

- Los antecedentes de las reglas difusas son el **espacio de entrada**.
- Los consecuentes constituyen el **espacio de salida**.

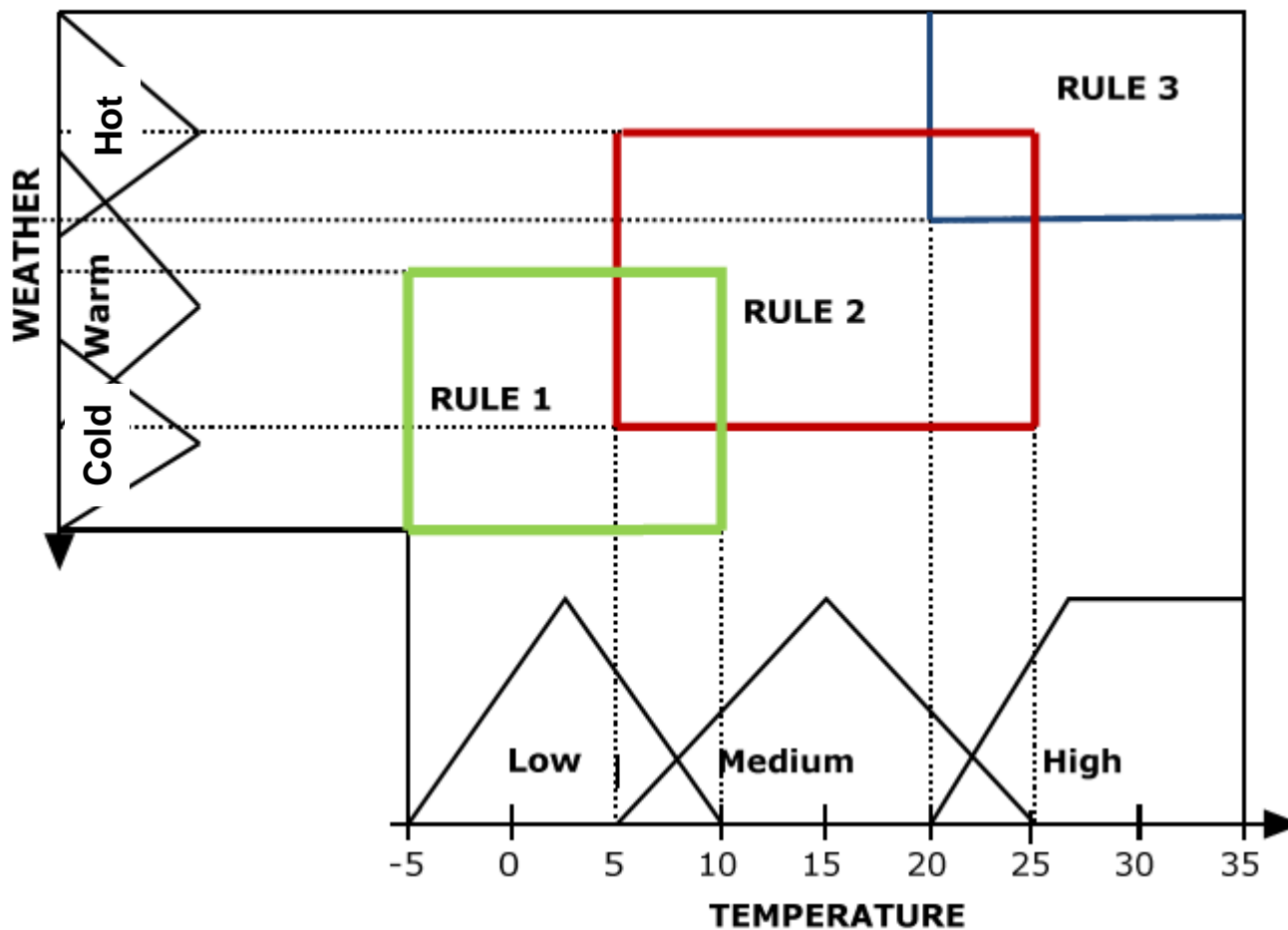
IF examen es **difícil**
AND estudiar es **poco**
THEN materia es **reprobada**



Fusificación + reglas

20

Salida



Entrada

Fusificación – puntos importantes

21

- Dos funciones de membresía no pueden tener el mismo punto máximo.
- Cuando dos funciones se traslapan, la suma de grados de membresía en el traslape debe ser menor o igual a 1.
- El traslape no debe cruzar el máximo de ninguna función de membresía.



Siguiete paso: inferencia

Inferencia

22

Objetivo: mapear las entradas difusas con la base de reglas y producir una salida fusificada para cada regla.

Inferencia: modelos más usados

23

Mamdani

Takagi-
Sukeno

Tsukamoto

Modelo de Mamdani

24

1. Definir las variables lingüísticas de entrada y sus rangos numéricos.
2. Definir las variables lingüísticas de salida y sus rangos numéricos.
3. Definir las funciones de membresía para las variables de entrada y salida.
4. Construir la base de reglas que representan la estrategia de control.
5. Fusificar los valores de entrada.
6. Ejecutar la inferencia para determinar la fuerza de las reglas activadas.
7. Defusificar, usando el centroide de gravedad para determinar la acción a ser ejecutada.

Ejemplo Mamdani

25

- Variables lingüísticas de entrada: temperatura y viento. Conjuntos difusos:
 - Temperatura (x): alta, media, baja (A1, A2, A3).
 - Viento (y): fuerte, ligero (B1, B2).
- Variable lingüística de salida: clima (z). Conjuntos difusos:
 - Frío promedio y cálido (C1, C2, C3).
- Regla 1: IF temperatura es baja AND viento es fuerte THEN clima es frío.
- Regla 2: IF temperatura es media OR viento es ligero THEN clima es promedio.
- Regla 3: IF temperatura es alta OR viento es ligero THEN clima es cálido.

Conjuntos difusos + reglas

Ejemplo Mamdani

26

- Entrada:
 - Temperatura = 25 grados.
 - Velocidad del viento = 35 km/h.
- Como salida se desea calcular el clima más probable, dado un valor de temperatura y la velocidad del viento.

Entrada y salida esperada

Ejemplo Mamdani: fusificación

27

- Se obtienen los valores de membresía para los valores de entrada:

- $\mu_{A1}(x) = 0$

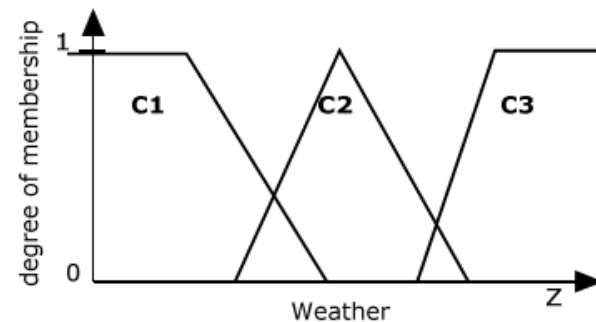
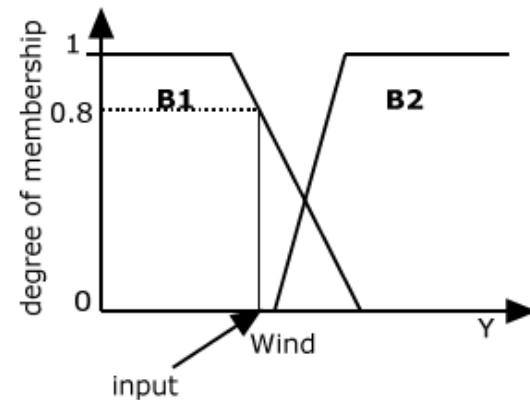
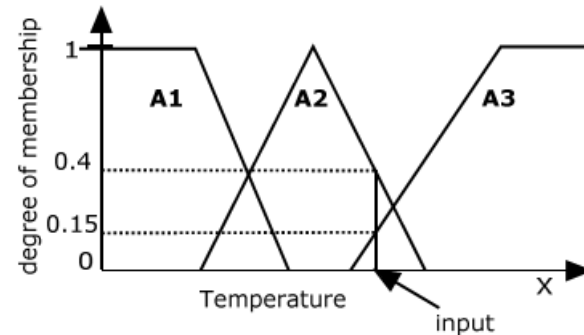
- $\mu_{A2}(x) = 0.4$

- $\mu_{A3}(x) = 0.15$

- $\mu_{B1}(y) = 0.8$

- $\mu_{B2}(y) = 0$

Temperatura = 25 grados
Viento = 35 km/h



Ejemplo Mamdani: evaluación de reglas – Regla 1

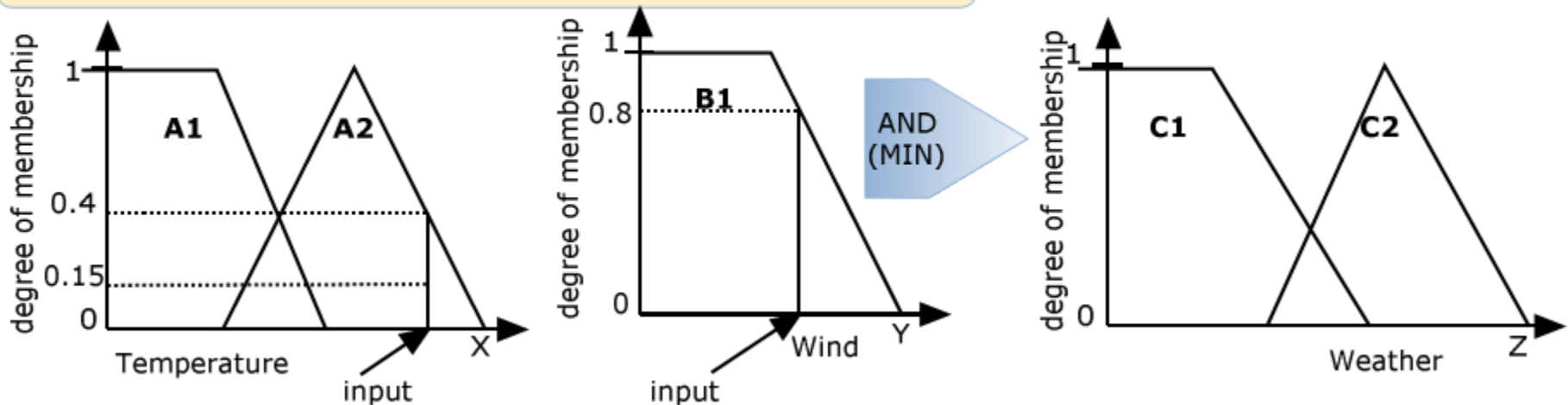
28

Regla 1: IF temperatura es baja AND viento es fuerte THEN clima es frío.

$$\mu_{A1}(x) = 0$$

$$\mu_{B1}(y) = 0.8$$

RULE 1: IF x is in A1 (0.0) AND y is in B1 (0.8) THEN z is in C1 (0.0)



Ejemplo Mamdani: evaluación de reglas – Regla 2

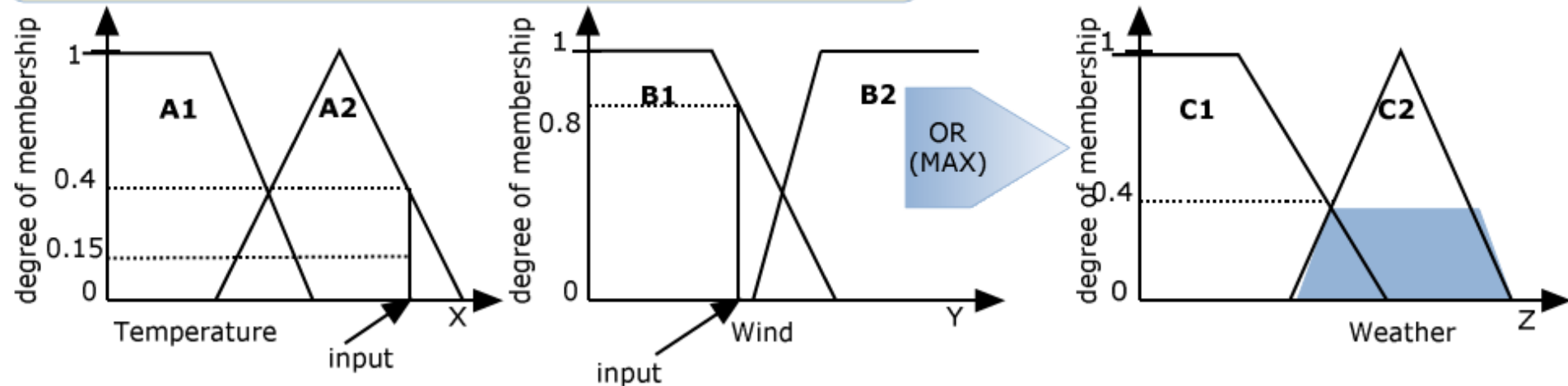
29

Regla 2: IF temperatura is media OR viento es ligero THEN clima es promedio.

$$\mu_{A2}(x) = 0.4$$

$$\mu_{B2}(y) = 0$$

RULE 2: IF x is in A2 (0.4) OR y is in B2 (0.0) THEN z is in C2 (0.4)



Ejemplo Mamdani: evaluación de reglas – Regla 3

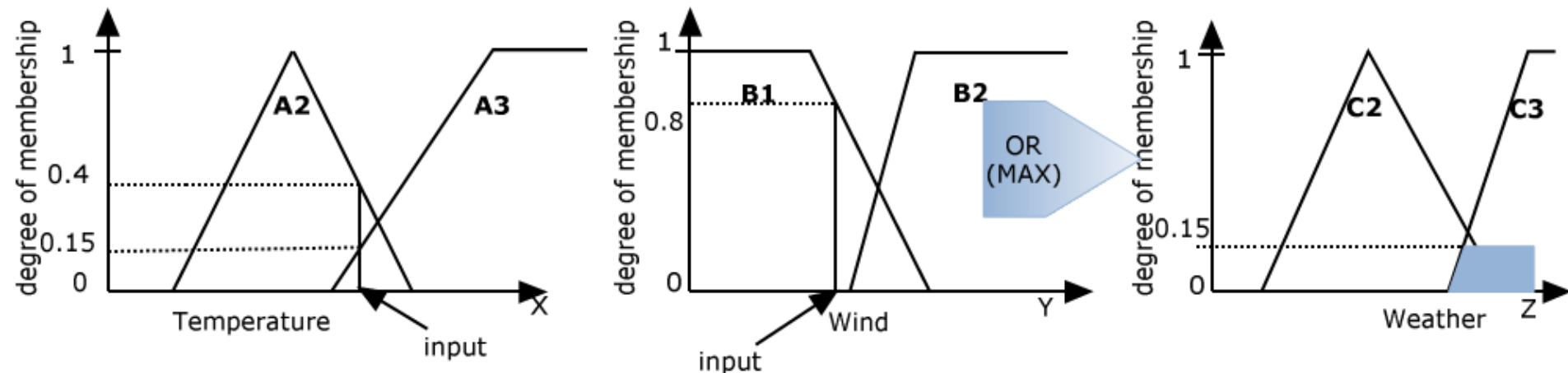
30

Regla 3: IF temperatura es alta **OR** viento es ligero **THEN** clima es cálido.

$$\mu_{A3}(x) = 0.15$$

$$\mu_{B2}(y) = 0$$

RULE 3: IF x is in A3 (0.15) OR y is in B2 (0.0) THEN z is in C3 (0.15)



Ejemplo Mamdani: agregando resultados

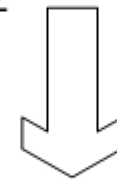
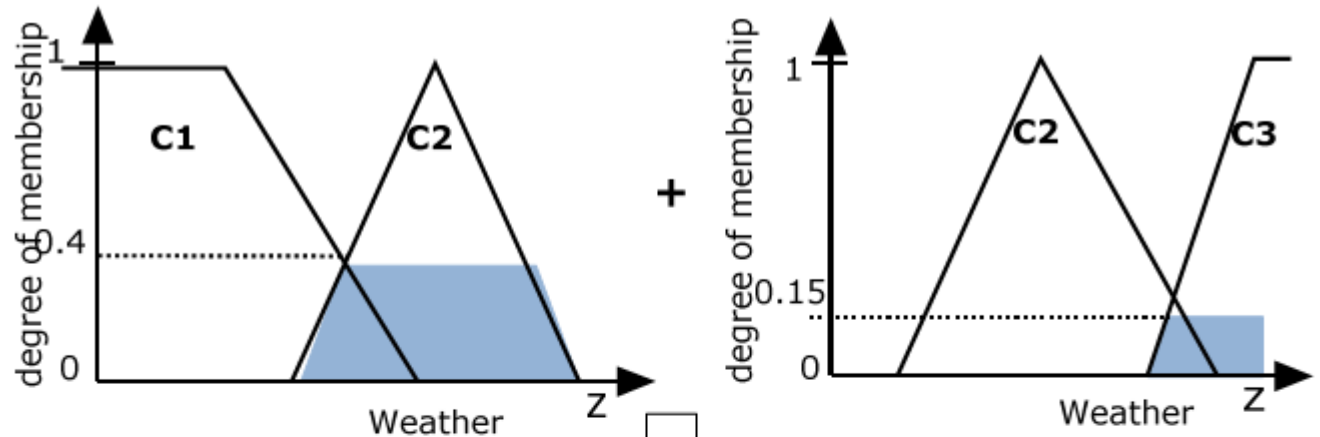
31

De la evaluación:

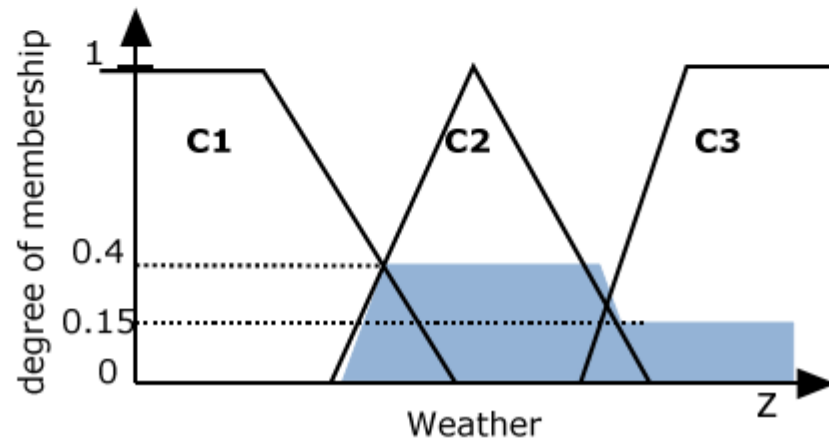
$$\mu_{A1}(x) = 0$$

$$\mu_{A2}(x) = 0.4$$

$$\mu_{A3}(x) = 0.15$$



Sigue: defusificar, se verá la siguiente sesión.



Ejercicio

32

Diseña un controlador difuso para establecer los valores de un termostato. Las variables lingüísticas son: “temperatura exterior”, “tiempo pasado en casa” y “valor del termostato”.

1. Determina los conjuntos difusos en el universo del discurso para cada variable.
2. Utiliza el modelo de inferencia de Mandami (hasta el paso de agregar resultados)
 - ▣ Menciona los pasos y operaciones en cada uno.
 - ▣ Muestra los resultados de cada paso con diagramas.

Tarea

33

- Viernes Nov.9. Avance de proyecto.
 - ▣ Presentación al grupo (Power-Point).
 - ▣ Implementación hasta el momento.
 - ▣ Reporte (Latex).
- Aspectos a evaluar
 - ▣ Claridad en la exposición.
 - ▣ Nivel de detalle: de lo general a lo particular.
 - ▣ Nivel de avance.

Referencias

34

- Intelligent Systems. A modern approach. Crina Grosan and Ajith Abraham. 2011.
- Imágenes de funciones de membresía
<http://ib.cnea.gov.ar/~thelerg/melon/doc/html/ch05s04.html>,
<http://www.dma.fi.upm.es/java/fuzzy/tutfuzzy/contenido3.html>